

# Studieanvisningar i statistisk fysik (SI1161) för F3

Olle Edholm

September 15, 2010

## 1 Introduktion

Denna studieanvisning är avsedd att användas tillsammans med boken och exempelsamlingen. Den är avsedd att ge struktur åt kursen och användas vid studiet av bok och exempelsamling. Det betyder också att den är ganska tungläst. Observera att boken innehåller genomräknade exempel som ibland helt eller delvis överensstämmer med exempel ur exempelsamlingen.

## 2 Litteratur

- S. J. Blundell and K. M. Blundell, Concepts in Thermal Physics, 2:nd ed., Oxford University Press
- Exempelsamling i statistisk fysik, 2010
- Formelsamling i Fysik, teoretisk fysik, KTH
- Hemsida: <http://courses.theophys.kth.se/SI1161>

## 3 Termodynamik

Termodynamikkapitlen (11-14,16-18 och 26-28) innebär en repetition och fördjupning av material som studerats i tidigare kurser. Behandlingen kan också göras betydligt mer matematiskt rigoröst än vad som var möjligt på hösten i F1.

Andra typer av arbete än tryck-volym arbete är en viktig nyhet jämfört med tidigare kurser. Behandlingen är helt analog med tryck-volymarbete och det borde inte vara svårare att hantera den här typen av problem. Använd formlerna i formelsamlingen och var noga med vad som är beroende och oberoende variabler och vad som är konstanta parametrar. Behandlingen av elektriska och magnetiska system bygger på elektromagnetisk fältteori (TET-kursen).

Viktigt är:

- Entropibegreppet, entropins växande och den andra huvudsatsen
- Värme, arbete, inre energi och första huvudsatsen
- Carnots olikhet

- Termodynamiska potentialer:  $S$ ,  $U$ ,  $H$ ,  $F$ ,  $G$  och  $\Phi$ .
- Maxwellrelationer används flitigt på övningar och tentor!
- Att kunna bestämma en termodynamisk potential (t.ex.  $S$ ,  $U$  eller  $H$ ) ur en given tillståndsekvation och värmekapacitet
- Att kunna tillämpa teorin även på andra typer av arbete än tryck-volym arbete
- Att kunna göra beräkningar på enkla kylprocesser t .ex. Joule-Kelvin- processen och adiabatisk avmagnetisering
- Att kunna göra härledningar och manipuleringar av formler med partiella derivator genom att utnyttja bland annat totala differentier och Maxwellrelationer

Detta är en mycket viktigt avsnitt att öva på .

- Se först till att du behärskar och förstår den ideala gasen (se boken och ex. 1 i exempelsamlingen). Du skall kunna ta fram alla dess egenskaper termodynamiskt ur tillståndsekvationen ( $pV = Nk_B T$ ) och villkoret att värmekapaciteten är temperaturoberoende. Observera att den statistiskt mekaniska härledningen som kommer senare behövs för att bestämma absoluta entropier. I många exempel frågas dock bara efter olika medelvärden och entropiskillnader. Då behövs inte den absoluta entropin.
- Se sedan till att du är klar över vad som är konstant i olika typer av processer som fri adiabatisk expansion, reversibel adiabatisk expansion etc.. Sedan skall du inte ha några problem med exempel 2-30 i exempelsamlingen
- Gå sedan vidare och öva på icke ideala gaser och system med en annan typ av arbete än tryck-volymparbete.
- Om du känner dig osäker på hur man manipulerar med partiella derivator så är exempel 31-35 lämpliga övningar. Problemet med detta är att samma variabler ibland är beroende variabler och ibland oberoende. Nyckeln är därför i) att göra klart för sig hur många oberoende variabler som finns och ii) vilka dessa är. Om du bara har det klart för dig så ska du inte behöva göra några fel. Sedan kan de termodynamiska relationerna omformas på många olika sätt genom variabelbyten.

## 4 Statistisk mekanik

### 4.1 Statistik

Kapitel 3 innehåller elementär sannolikhetslära som du redan bör kunna. Men kapitlet kan användas som referens och repetition.

## 4.2 Mikrokanoniska system, behandlas kortfattat bland annat kapitel 4 i boken

Du skall förstå och kunna tillämpa formlerna för mikrokanonisk ensemble (formelsamlingen 4.1-4.4). Gången att lösa mikrokanoniska problem är:

- Bestäm  $\Omega(E)$ , antalet tillstånd med energi  $E$ . Detta kan ofta fordra kombinatoriska betraktelser.
- Grundantagandet är sedan att alla mikroskopiska tillstånd är lika sannolika. Medelvärden av diverse storheter kan då bestämmas.
- Bestäm entropin som  $S = k_B \ln \Omega(E)$  och andra termodynamiska storheter ur denna.
- Bestäm temperaturen som  $1/T = \partial S / \partial E$  och eliminera sedan  $E$  till förmån för  $T$ .

## 4.3 Maxwellfördelningen, kinetisk gasteori, kapitel 5-8 i boken

Detta bör till stora delar vara känt från 1:ans termo och är inte särskilt komplicerat.

## 4.4 Kanoniska system, kapitel 4 och 20 i boken

Detta är bokens viktigaste kapitel. Viktigt är

- att kunna beräkna en tillståndssumma,  $Z = \sum e^{-E_i/k_B T}$  där summan går över tillgängliga kvantmekaniska tillstånd.
- att kunna avgöra om och när tillståndssumman kan approximeras klassiskt med en integral eller i andra gränsen genom att bara behålla ett fåtal termer.
- att kunna beräkna fria energin  $F = U - TS$  ur  $Z$  ( $F = -k_B T \ln Z$ ). Bokens härledning av detta samband är instruktiv. Jag gav också en alternativ härledning på föreläsningen
- att kunna beräkna andra termodynamiska storheter (t.ex.  $U, S, P, C_V, C_P, K_T, K_S$ ) ur  $F$  och  $Z$
- att förstå och kunna härleda Boltzmannfaktorn
- att kunna använda Boltzmannfaktorn för att direkt beräkna olika medelvärden

Observera att de flesta statistisk mekaniska problem kan lösas både i mikrokanonisk och kanonisk ensemble med samma resultat. I många (de flesta) fall blir den kanoniska metoden enklare. Härledningen av sambandet mellan termodynamiska potentialer och tillståndssumman bygger på definitionen av entropin som  $-k \langle \ln P \rangle$ . Jag har gett en alternativ härledning som bara utnyttjar sig av definitionen av energin som ett kanoniskt medelvärde, termodynamiska samband och villkoret att entropin skall vara konsistent med att systemet helt lägger sig i grundtillståndet för tillräckligt låga temperaturer. I avsnittet ekvipartitions teoremet räcker det att kunna härleda ekvipartitionsteoremet och att veta under vilka förutsättningar det gäller.

## 5 Kvantstatistik

### 5.1 Identiska partiklar

Kapitel 29 innehåller den grundläggande kvantmekaniska bakgrunden till varför vi har Maxwell-Boltzmann statistik (i den klassiska gränsen), Fermi-Dirac statistik (för partiklar med halvtaligt spinn) och Bose-Einstein statistik (för partiklar med heltaligt spinn).

### 5.2 Kemisk potential och storkanoniska system

Kapitel 22. Definition, som derivata av  $F$ , alternativt som derivata av annan potential. Kemiska potentialen lika för två system som kan utbyta partiklar. Den storkanoniska ensemblen är central för att på ett enkelt sätt kunna behandla de kvantmekaniska ideala gaserna (Fermi-Dirac och Bose-Einstein fördelningarna).

### 5.3 Tillståndstätheter

Kapitel 21 första gången. Tillståndstätheten är ett centralt begrepp för att kunna göra beräkningar på de kvantmekaniska fördelningarna.

### 5.4 Fermi-Dirac och Bose-Einstein fördelningarna

Dessa bygger på den storkanoniska ensemblen, härleds i kapitel 29 och är grundläggande för tillämpningarna längre fram i kapitel 29-30. Vi kommer också att bygga på denna formalism vid behandlingen av fotoner och fononer (som görs på annat sätt i bokens kapitel 23-24). Du ska kunna ta fram fördelningarna och manipulera med dem och räkna ut olika medelvärden med hjälp av formelsamlings uttryck. Observera att dessa ofta behöver serieutvecklas i olika gränfall för att man ska kunna beräkna något. En härledning av formelsamlingens serieutvecklingar finns via en länk på kursens hemsida.

### 5.5 Fotoner och svängningskvanta

Dessa behandlas i kapitel 23-24 i boken oberoende av de kvantmekaniska fördelningar som tas fram i kapitel 29. Jag kommer istället att se dessa system som specialfall av en ideal Bose-Einsteingas (med den kemiska potentialen noll). På detta sätt hänger teorin bättre ihop.

### 5.6 Ideala Fermi- och Bose-gaser

De kvantmekaniska fördelningarna tillämpas i kapitel 30 på olika typer av system som elektroner i metaller och flytande helium. I tillämpningarna gäller det ofta att bestämma en tillståndstäthet. Denna kan tas fram genom kvantmekaniska betraktelser eller i mitt tycke enklare att använda en enklare metod som bygger på att betrakta volymer i ett klassiskt fasrum.

## 6 Ett försök till prioritering av olika delar i kursboken

Här är ett **försök** till prioritering av olika delar att användas med omdöme!

1. Centralt för kursen inklusive viktiga exempel.
2. Viktigt.
3. Mindre viktigt. Bland dessa avsnitt finns exempel och teoriavsnitt som kan vara väsentliga för att skapa en djupare förståelse för vad vi gör i kursen. Observera att studier av även dessa avsnitt fördjupar förståelsen för teorin och förbättrar problemlösningsförmågan.
4. Ingår inte i kursen.

Här är prioriteringen:

- 1 Kapitel 1 Elementärt.
- 1 Kapitel 2 Elementärt.
- 4 Kapitel 3 Repetition av sannolikhets teori som ni ska kunna.
- 1 Kapitel 4 Introduktion av de grundläggande begreppen.
- 1 Kapitel 5 Maxwellfördelningen.
- 2 Kapitel 6-8 Tillämpningar på Maxwellfördelningen.
- 4 Kapitel 9-10 Relativt avancerade tillämpningar på transport och diffusion som inte ingår i denna kurs.
- Kapitel 11-14 Grundläggande termodynamik inklusive tillämpningar.
- 4 Kapitel 15 Informationsteori. Intressant koppling till datavetenskaperna som inte ingår.
- 1 Kapitel 16-18 Viktig termodynamik inklusive tillämpningar.
- 2 Kapitel 19 Ekvipartition.
- 1 Kapitel 20-21 Grundläggande statistisk mekanik samt tillämpningar på ideala gaser.
- 1 Kapitel 22.1-22.5 Kemisk potential och storkanonisk ensemble.
- 3 Kapitel 22.6-22.9 Vidare tillämpningar av kemisk potential.
- 1 Kapitel 23 Fotogasen.
- 3 Kapitel 24.1 Einsteinmodellen.
- 2 Kapitel 24.2 Debyemodellen.
- 3 Kapitel 24.3 Fonondispersion.
- 3 Kapitel 25 Relativistiska gaser.
- 2 Kapitel 26-27 Verkliga gaser, Kylprocesser
- 3 Kapitel 28 Fasomvandlingar.
- 1 Kapitel 29 Kvantstatistik.
- 1 Kapitel 30 Tillämpningar av kvantstatistik.
- 4 Kapitel 31-37 Ingår ej.
- 2 Appendix A-G är det nyttigt att ha tittat igenom.